

Exercice n ° 1:

1) Calculer $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{2014}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2015}\right)$

2) a) Montrer que $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ est l'inverse de $\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$

b) Calculer $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

3) Ecrire les nombres suivants sans radicaux au dénominateur

$$\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad // \quad \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} \quad // \quad \frac{\sqrt{5}+2}{2\sqrt{5}-1}$$

4) Soit a et b deux réels positifs distincts

a) Montrer que $a + \frac{1}{a} \geq 2$

b) En déduire que $\sqrt{a} + \frac{\sqrt{a}}{a} \geq 2$

c) Montrer que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{1}{a+b}$

d) Montrer que $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

Exercice n ° 2:

1) Soit les réels $a = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$ et $b = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$

a) Montrer que $a \times b = 1$

b) Calculer $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

c) En déduire $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

2) Soit x un réel strictement positif

a) Montrer que $\frac{2}{x^2+1} \leq \frac{1}{x}$

b) En déduire que $\frac{2x+2}{x^2+1} \leq \frac{1}{x} + 1$

3) Soit $A = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$. Calculer A^2 puis déduire A

4) On pose $B = \sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

a) Justifier que $B < 0$

b) Calculer B^2 puis déduire B

Exercice n ° 3:

1) Développer et simplifier les expressions suivantes avec $x > 0$ et $y > 0$:

$$a = (x + 2y)^3 - (x - 2y)^3 ; b = (x - 2)^2 - (3x + 1)^2 \quad \text{et} \quad c = (x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(x\sqrt{y} - y\sqrt{x}) - (x - y)^3$$

2) Soient les deux expressions E et F tel que $E = x^3 - 27 - x^2(x - 3)$ et $F = x^3 + 27 + (x + 3)(3x - 13)$

a) Factoriser E et F puis E - F

b) Résoudre dans P l'équation $E = F$

3) Soit $x \in [-1; 2]$ et $S = 2|x - 3| - 3|x - 2| - 3x + 2$

a) Calculer S pour $x = 0$ puis $x = \sqrt{2}$

b) Simplifier l'expression S

c) Donner un encadrement de S

Exercice n ° 4:

1) Le prix d'un article est de 2400 Dt. Il a subi une augmentation de 18% puis une diminution de 10 %

a) Trouver alors le prix de cet article après cette variation

b) Si on paye au comptant le prix va diminuer de 12 % Trouver cette prix

c) Si on paye par facilité le prix va augmenter de 5 % Trouver ce prix

d) Le prix d'un autre article a subi la même variation devient 1593 DT quelle était le prix de cette article

2) Le prix d'un article à subi une diminution de 10 % puis une augmentation de 30 % puis une diminution de 18 % . Donner le coefficient de variation

3) Après une augmentation de 16 % le prix d'un article devient 1276 DT

Quelle était son prix avant cette augmentation ?

Exercice n ° 5:

Dans le plan munie d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère les points $A(-1; 2)$, $B(-3; -2)$, $C(5; -1)$ et K le

milieu de [AC] . Soient G le centre de gravité du triangle ABC et N un point tel que $\vec{NA} + \vec{NB} + 2\vec{NC} = \vec{0}$

1) Montrer que $\vec{CG} = 4\vec{NG}$

2) Trouver les coordonnées du point G

3) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3AC$

4) a) Montrer que $(\vec{AB}; \vec{AC})$ est une base

b) Montrer que \vec{AB} et \vec{AC} sont orthogonaux

5) Trouver les coordonnées du point D pour que ABCD soit un parallélogramme

6) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que :

a) $\left\| \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} \right\| = \frac{3}{2} \left\| \vec{MA} + \vec{MC} \right\|$

b) $\left\| \vec{MA} + \vec{MC} \right\| = \left\| \vec{CA} + \vec{BC} \right\|$

Exercice n° 6:

Dans le plan munie d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère les points $A(-2;1)$, $B(2;5)$; $C(-4;3)$ et

$E(0;3)$

1) Montrer que les points A ; E et B sont alignés

2) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés

3) a) Montrer que \vec{AC} et \vec{AB} sont orthogonaux

b) Calculer AC et AB

c) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A

4) Déterminer l'aire du triangle ABC

5) Soit G le centre de gravité du triangle ACE

a) Vérifier que $\vec{OG} = \frac{1}{3} \left(\vec{OA} + \vec{OE} + \vec{OC} \right)$

b) On déduit les coordonnées du point G

6) On donne deux vecteurs $\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$ et $\vec{v} = -\vec{AB} + 2\vec{AC}$

Vérifier que $\left(\vec{u}; \vec{v} \right)$ est une base

7) Déterminer le réel m pour que le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} m-3 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ soit unitaire